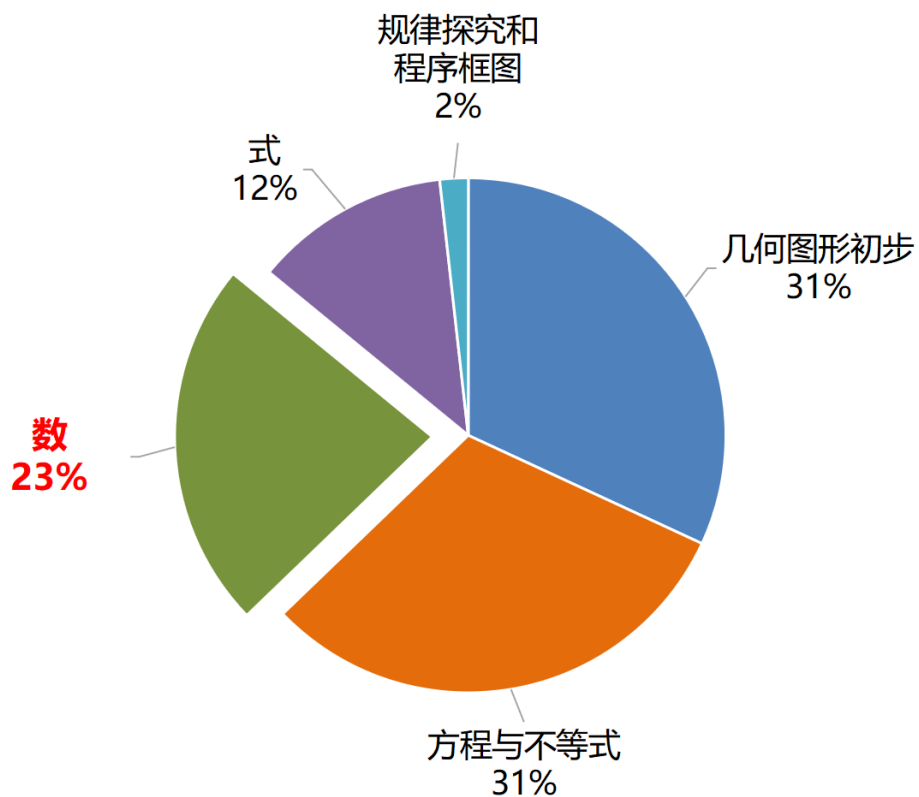


整式和整式计算

🧠 知己知彼



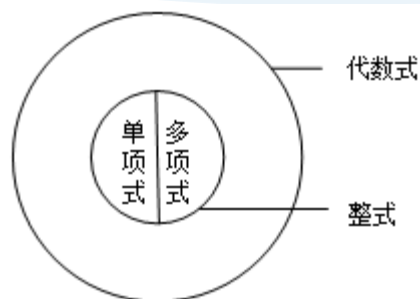
一、整式

🧠 教法备注

一、整式

1. 定义：单项式与多项式统称整式。

单项式、多项式、整式、代数式的关系如图所示：



【注意】①所有的整式都是代数式，但并不是所有的代数式都是整式。

②所有的整式的分母中不含字母（若字母表示一个常数则除外）。

例题

【知识点拨】

一、整式

(1) 单项式中不能含有加减运算，多项式中一定含有加减运算。如 $2x + y, 2b^2 - 1$ 等都是多项式

(2) 单项式与多项式中都可以有除法运算，但是要写成分数的形式且分母中不能含有字母。如 $-\frac{st}{2}$ 是单项式； $\frac{a-2b}{4}$ 是多项式； $\frac{2}{a}$ ， $\frac{x+y}{x}$ 既不是单项式，也不是多项式

(3) 一个整式不是单项式就是多项式。判断一个式子是不是整式的关键是看分母中是否含有字母

1. 下列说法正确的是（ ）。

A. 整式都是单项式

B. 一个代数式肯定是单项式

C. 单项式和多项式都是整式

D. 代数式就是整式

【答案】C

【标注】【知识点】单项式的定义

2. 下列式子： $x^2 + 2$ ， $\frac{1}{a} + 4$ ， $\frac{3ab^2}{7}$ ， $\frac{ab}{c}$ ， $-5x$ ， 0 中，整式的个数是（ ）。

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

【答案】C

【解析】式子 $x^2 + 2$ ， $\frac{3ab^2}{7}$ ， $-5x$ ， 0 符合整式的定义，都是整式。

而 $\frac{1}{a} + 4$ ， $\frac{ab}{c}$ 这两个式子的分母中都是有字母，不是整式。

故整式共有4个，

∴C选项是正确的。

【标注】【知识点】整式的定义

3. 下列说法正确的是() .

A. 单项式 $2\pi a^2b$ 的次数是4

B. 多项式 $a^2b + bc + 3$ 的次数是2

C. $\frac{3ab}{5}$ 的系数是3

D. $x + \frac{1}{x} + 4$ 不是多项式

【答案】 D

【解析】 A 选项：单项式 $2\pi a^2b$ 的次数为 $2 + 1 = 3$ ，其中 π 为数，不是字母，不能算其指数，故A错误；

B 选项：多项式 $a^2b + bc + 3$ 的次数为 $2 + 1 = 3$ ，故B错误；

C 选项： $\frac{3ab}{5}$ 的系数为 $\frac{3}{5}$ ，故C错误；

D 选项： $x + \frac{1}{x} + 4$ 中出现分式，而多项式属于整式，故 $x + \frac{1}{x} + 4$ 不为多项式，故D正确。

故选 D .

【标注】【知识点】多项式的定义

4. 已知多项式 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2 + xy - 4x^3 + 1$ 与单项式 $\frac{1}{8}x^2y^3z$ 的次数相同，求整式 $(-m)^3 + 2m$ 的值 .

【答案】 -21 .

【解析】 因为单项式 $\frac{1}{8}x^2y^3z$ 的次数是6，

所以多项式 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2 + xy - 4x^3 + 1$ 的次数是6 .

又因为多项式 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2 + xy - 4x^3 + 1$ 的项 xy 的次数为2，

项 $-4x^3$ 的次数为3，项1的次数为0，

所以项 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2$ 的次数为6，

所以 $m + 1 + 2 = 6$ ，解得 $m = 3$.

所以 $(-m)^3 + 2m = (-3)^3 + 2 \times 3 = -21$.

即整式 $(-m)^3 + 2m$ 的值为 -21 .

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

练习

5. 在式子 $a^2 + 2$, $\frac{1}{x}$, ab^2 , $\frac{xy}{\pi} - 1$, $-8x$, 0 中, 整式有 () .

A. 6个

B. 5个

C. 4个

D. 3个

【答案】B

【解析】在式子 $a^2 + 2$, $\frac{1}{x}$, ab^2 , $\frac{xy}{\pi} - 1$, $-8x$, 0 中, 整式有 $a^2 + 2$, ab^2 , $\frac{xy}{\pi} - 1$, $-8x$, 0 共5个 .

故选 : B .

【标注】【知识点】整式的定义

6. 下列说法中, 正确的是 () .

A. $\frac{1}{x} + 5$ 是多项式

B. $-\frac{1}{3}\pi x^2$ 的系数是 $-\frac{1}{3}$

C. $2x^2 - 1$ 的项是 $2x^2$ 和1

D. $3xy^2 - y^2 + 6$ 是三次三项式

【答案】D

【解析】A 选项: 多项式是整式, 而 $\frac{1}{x}$ 是分式, 所以 $\frac{1}{x} + 5$ 是分式, 不是多项式, 故错误 ;

B 选项: $-\frac{1}{3}\pi x^2$ 的系数是 $-\frac{\pi}{3}$, 故错误 ;

C 选项: $2x^2 - 1$ 的项是 $2x^2$ 和 -1 , 故错误 ;

D 选项: $3xy^2 - y^2 + 6$ 是三次三项式, 故正确 ;

故选 D .

【标注】【知识点】多项式的定义

7. 关于 x 的整式 $(n-1)x^2 - x + 1$ 与 $mx^{n+1} + 2x - 3$ 的次数相同, 则 $m - n$ 的值为 () .

A. 1

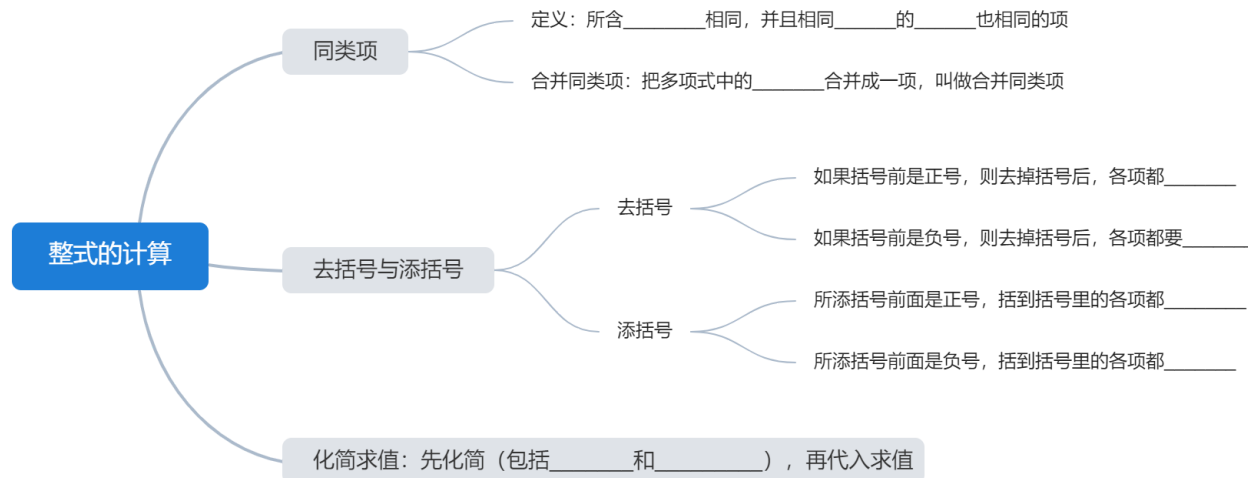
B. -1

C. 0

D. 不确定

【答案】B

二、整式的计算



教法备注

一、同类项

1. 定义：所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项，称为同类项。

例如： $3a^2b$ 与 $-2a^2b$ 互为同类项。

【注意】所有的常数项都是同类项。

2. 同类项的判断方法

同类项的特征为“两相同，两无关”。

相同是指所含字母相同，相同字母的指数相同；

无关是指与系数的大小无关，与字母的排列顺序无关。

例如： $2mn$ 与 $3nm$ 是同类项， $2m^2n$ 与 $3nm^2$ 是同类项。

【注意】同类项不能单独存在，至少对应两项而言。

3. 合并同类项：把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项。

合并同类项基本步骤：

(1) 准确找出同类项（可先用不同的符号标出同类项）；

(2) 利用法则，合并同类项，系数项加，字母和字母的指数不变；

(3) 写出合并后的结果（注意不要漏项）。

运算法则：同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变。

二、去括号和添括号

1. 去括号：如果括号前边是“+”，把括号和它前边的“+”去掉，括号内的各项都不改变符号；

如果括号前边是“-”，把括号和它前边的“-”去掉，括号内的各项都改变符号。

【口诀】去括号，看符号，是+号，不变号；是-号，全变号。

例如： $+(m+n)=m+n$ ， $-(m+n)=-m-n$ 。

【注意】去括号的依据是乘法分配律，当括号前有数字因数时，应利用分配律计算，切勿漏乘。

2. 添括号：所添括号前面是“+”，括到括号里的各项都不改变符号；

所添括号前面是“-”，括到括号里的各项都要改变符号。

例如： $a+b-c=a+(b-c)$ ， $a+b-c=a-(-b+c)$ 。

【注意】添括号是否正确，可以用去括号检验，二者互逆。

三、化简求值

指我们不直接把字母的值代入代数式中计算，而是先化简（即去括号，合并同类项），然后再代入求值。

【温馨提示】

①一般情况下，字母取值不同，代数式的值也不同。

②当字母的取值是分数或负数时，代入时要注意将分数或负数添上括号。

③把数值代入时，原代数式中的系数、指数及运算符号都不改变。

例题

【知识点拨】

合并同类项

(1) 如果两个同类项的系数互为相反数，合并同类项后，结果为0。

(2) 合并同类项时，只能把同类项合并，不是同类项的不能合并；不能合并的项，在每步运算中不要漏掉。

8. 下列各组式子中：① $-ab^2$ 与 $\frac{1}{2}b^2a$ ，② $-2y^4$ 与 $-2x^4$ ，③ $-xyz$ 与 yxz ，④ x^4 与 2^4 ，⑤ $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{2}{3}$ ，⑥ $-2x^4yz$ 与 x^4z ，是同类项的有（ ）。

A. ①④⑤

B. ①③⑤

C. ①②③

D. ①③④

【答案】B

【解析】

所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项．符号条件的有①③

⑤．

【标注】【知识点】整式的定义

9. 如果 $3x^{7-m}y^{n+3}$ 和 $-4x^{1-4m}y^{2n}$ 是同类项，那么 m, n 的值是（ ）．

A. $m = -3, n = 2$ B. $m = 2, n = -3$ C. $m = -2, n = 3$ D. $m = 3, n = -2$

【答案】 C

【解析】 因为 $3x^{7-m}y^{n+3}$ 和 $-4x^{1-4m}y^{2n}$ 是同类项，

所以次数相同，

由 $7 - m = 1 - 4m$ 得 $m = -2$ ；

由 $n + 3 = 2n$ 得 $n = 3$ ．

【标注】【知识点】由同类项求参数的值

10. 下列合并同类项的结果正确的是（ ）．

A. $2a + 3b = 5ab$ B. $5y^2 - 3y^2 = 2y$ C. $6ab - 2ba - 4ab = 0$ D. $4x^2y - 5xy^2 = -x^2y$

【答案】 C

【解析】 A 选项：不是同类项不能合并，故A错误；

B 选项：合并同类项系数相加字母及指数不变，

故B错误；

C 选项：合并同类项系数相加字母及指数不变，

故C正确；

D 选项：不是同类项不能合并，故D错误；

故选 C．

【标注】【知识点】整式的定义

【知识点】合并同类项

11. 下列合并同类项错误的个数有（ ）．

① $5x^6 + 8x^6 = 13x^{12}$ ；

② $3a + 2b = 5ab$ ；

③ $8y^2 - 3y^2 = 5$;

④ $6a^n b^{2n} - 6a^{2n} b^n = 0$.

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 D

【解析】 ① $5x^6 + 8x^6 = 13x^6$, 故错误 ,

② $3a + 2b$ 不能合并 , 故错误 ,

③ $8y^2 - 3y^2 = 5y^2$, 故错误 ,

④ $6a^n b^{2n} - 6a^{2n} b^n$ 不能合并 , 故错误 .

【标注】 【知识点】 合并同类项

【能力】 运算能力

练习

12. 下列单项式中 , 与 a^2b 是同类项的是 () .

A. $-2ba^2$

B. a^2b^2

C. $-4b^2a$

D. $5ab$

【答案】 A

【解析】 A 选项 : $-2ba^2$ 与 a^2b 是同类项 , 符合题意 ;

B 选项 : a^2b^2 与 a^2b , 相同字母的指数不相等 , 故它们不是同类项 , 不符合题意 ;

C 选项 : $-4b^2a$ 与 a^2b , 相同字母的指数不相等 , 故它们不是同类项 , 不符合题意 ;

D 选项 : $5ab$ 与 a^2b , 相同字母的指数不相等 , 故它们不是同类项 , 不符合题意 .

故选 A .

【标注】 【知识点】 同类项的定义

13. 如果 $3x^{2m}y^{n+1}$ 与 $-\frac{1}{2}x^2y^{m+3}$ 是同类项 , 则 m, n 的值为 () .

A. $m = -1, n = 3$

B. $m = 1, n = 3$

C. $m = -1, n = -3$

D. $m = 1, n = -3$

【答案】 B

【解析】 $\because 3x^{2m}y^{n+1}$ 与 $-\frac{1}{2}x^2y^{m+3}$ 是同类项，

$\therefore 2m = 2, n + 1 = m + 3$ ，解得 $m = 1, n = 3$ 。

故选B。

【标注】【知识点】由同类项求参数的值

14. 下列运算结果正确的是（ ）。

A. $5x - x = 5$

B. $2x^2 + 2x^3 = 4x^5$

C. $-n^2 - n^2 = -2n^2$

D. $a^2b - ab^2 = 0$

【答案】C

【解析】A选项： $5x - x = 4x$ ，

B选项：不是同类项，不能合并。

C选项： $-n^2 - n^2 = -2n^2$ 。

D选项：不是同类项，不能合并。

【标注】【知识点】整式的定义

【知识点】合并同类项

15. 合并下列同类项。

(1) $-x^2 - x^2 - x^2 - x^2$ 。

(2) $\frac{5}{6}a^3b^2 - \frac{1}{3}a^2b - 2ab + 5a^3b^2 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + 3ab + \frac{2}{3}ba^2$ 。

【答案】(1) $-4x^2$ 。

(2) $\frac{35}{6}a^3b^2 + \frac{1}{3}a^2b + ab + \frac{1}{2}$ 。

【解析】(1) $-x^2 - x^2 - x^2 - x^2 = -4x^2$ 。

(2) $\frac{35}{6}a^3b^2 + \frac{1}{3}a^2b + ab + \frac{1}{2}$ 。

【标注】【知识点】整式加减

例题

【知识点拨】

去括号和添括号

①整式的加减的实质是去括号，合并同类项．

②去括号时，首先要看清括号前是“+”还是“-”，其次注意法则中的“都”字，即变号时，括号里各项都变号；不变号时，括号里的各项都不变号．若括号前有数字因数，应利用乘法分配律，先将该数与括号内的各项分别相乘再去括号，添括号与去括号类似．

③添括号是否正确可以用去括号检验，二者互逆

16. 下列去括号错误的是（ ）．

A. $a - (b + c) = a - b - c$

B. $a + (b - c) = a + b - c$

C. $2(a - b) = 2a - b$

D. $-(a - 2b) = -a + 2b$

【答案】C

【解析】A 选项： $a - (b + c) = a - b - c$ ，

故A正确；

B 选项： $a + (b - c) = a + b - c$ ，

故B正确；

C 选项： $2(a - b) = 2a - 2b$ ，故C错

误；

D 选项： $-(a - 2b) = -a + 2b$ ，故

D正确；

故选C．

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

练习

17. 下列去括号正确的是（ ）．

A. $a - (b - c) = a - b - c$

B. $a - (-b + c) = a + b - c$

C. $a + (b - c) = ab - c$

D. $a - (b + c) = a - b + c$

【答案】B

【解析】A中去括号后，有一项没改变符号，正确的应为 $a - (b - c) = a - b + c$ ；

C中去括号后，由于括号内第一项系数为正，应补出加号，正确的应为

$$a + (b - c) = a + b - c；$$

D中去括号后，有一项没改变符号，正确的应为 $a - (b + c) = a - b - c$ 。

故选：B。

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

18. 下列各式正确的是（ ）。

A. $a + 1 + b + c = (a - 1) - (-b + c)$

B. $a^2 - 2(a - b + c) = a^2 - 2a - b + c$

C. $a - 2b + 7c = a - (2b - 7c)$

D. $a - b + c - d = (a - d) - (b + c)$

【答案】C

【解析】 $a + 1 + b + c = (a + 1) + (b + c)$ ，

$$a^2 - 2(a - b + c) = a^2 - 2a + 2b - 2c，$$

$$a - b + c - d = (a - d) - (b - c)。$$

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

|| 例题

19. 化简：

(1) $-3xy - 2y^2 + 5xy - 4y^2$ 。

(2) $2(5a^2 - 2a) - 4(-3a + 2a^2)$ 。

【答案】(1) $2xy - 6y^2$ 。

(2) $2a^2 + 8a$ 。

【解析】(1) 原式 = $2xy - 6y^2$ 。

(2) 原式 = $10a^2 - 4a + 12a - 8a^2$

$$= 2a^2 + 8a .$$

【标注】【知识点】合并同类项

【能力】运算能力

20. 先化简，再求值： $2(a^2b + 3ab^2) - 4(ab^2 + 3a^2b) - (a^2b - 2ab^2)$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = \frac{1}{3}$ 。

【答案】 $-\frac{41}{36}$ 。

【解析】原式 $= 2a^2b + 6ab^2 - 4ab^2 - 12a^2b - a^2b + 2ab^2$

$$= -11a^2b + 4ab^2 .$$

当 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = \frac{1}{3}$ 时，

$$\text{原式} = -11a^2b + 4ab^2$$

$$= -11 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{3} + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= -\frac{11}{2} - \frac{2}{9}$$

$$= -\frac{41}{36} .$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-直接代入化简求值

21. 如果关于 x 的多项式 $x^4 + (a-1)x^3 + 5x^2 - (b+3)x - 1$ 不含 x^3 项和 x 项，求 $a+b$ 的值。

【答案】 -2 。

【解析】 因为关于 x 的多项式 $x^4 + (a-1)x^3 + 5x^2 - (b+3)x - 1$ 不含 x^3 项和 x 项，
所以 $a-1=0$ ， $b+3=0$ ，
所以 $a=1$ ， $b=-3$ ，
所以 $a+b=-2$ 。

【标注】【知识点】整式加减-无关项求值

22. 设 A 、 B 是四次多项式，且 $A+B$ 仍是一个多项式，其次数为（ ）。

- A. 八次 B. 四次 C. 不低于四次 D. 不高于四次

【答案】 D

【解析】 若 A 、 B 都是四次多项式，
则 $A+B$ 一定是不高于四次的整式，
故选D。

【标注】【知识点】整式加减

练习

23. 计算：

- (1) $3x - x - 5x$.
(2) $(8a - 7b) - 2(4a - 5b)$.

【答案】 (1) $-3x$.

(2) $3b$.

【解析】 (1) $3x - x - 5x$
 $= (3 - 1 - 5)x$
 $= -3x$.

(2) $(8a - 7b) - 2(4a - 5b)$

$$= 8a - 7b - 8a + 10b$$

$$= 3b .$$

【标注】【知识点】整式加减

24. 化简： $(2x^2 + x) - 3[4x^2 - (3x^2 - x)]$.

【答案】 $-x^2 - 2x$.

【解析】 $(2x^2 + x) - 3[4x^2 - (3x^2 - x)]$
 $= 2x^2 + x - 3[4x^2 - 3x^2 + x]$
 $= 2x^2 + x - 3x^2 - 3x$
 $= -x^2 - 2x .$

【标注】【知识点】整式加减

25. 先化简，再求值：

(1) $5n + 2m + 3n - 7m - 7n$, 其中 $m = 3$, $n = 5$.

(2) $\frac{1}{4}(4x^2 + 2x - 8) - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$, 其中 $x = 2$.

【答案】(1) $-5m + n$; -10 .

(2) $x^2 - 1$; 3 .

【解析】(1) 原式 $= -5m + n$.

$$\text{当 } m = 3, n = 5,$$

$$\text{原式} = -5 \times 3 + 5$$

$$= -15 + 5$$

$$= -10.$$

$$(2) \text{ 原式} = x^2 + \frac{1}{2}x - 2 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$= x^2 - 1,$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时},$$

$$\text{原式} = 2^2 - 1$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3.$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值

【重点强调】

2019~2020学年天津滨海新区天津市滨海新区塘沽六中初一上学期期中第22题10分

26. 已知关于 x 的多项式 $3x^6 + (m+1)x^3 - 5x - (n-2)x^2 + 1$ 不含二次项和三次项，求 $(mn)^{m+n}$ 的值。

【答案】 -2 .

【解析】 由题意，得 $m+1=0$ ， $n-2=0$ ，即 $m=-1$ ， $n=2$ ，

$$\text{所以 } (mn)^{m+n} = (-1 \times 2)^{-1+2} = (-2)^1 = -2.$$

【标注】【知识点】整式加减-无关项求值

27. 如果 m 是一个三次多项式， n 是一个四次多项式，那么 $M+N$ 一定是（ ）。

A. 七次多项式

B. 四次的整式

C. 次数不高于 3 的整式

D. 次数不高于 4 的整式

【答案】 B

【解析】 如果 M 是一个三次多项式， N 是一个四次多项式，那么 $M + N$ 一定是一个四次的整式，
故选 B .

【标注】【知识点】整式加减